සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

16077

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1993 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1993

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I
(02) Applied Mathematics I

02	
S	I

පැය තුනයි / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. P, Q, R යනු ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනකි. ඒවායේ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\overrightarrow{OP} = \mathbf{p}$, $\overrightarrow{OQ} = \mathbf{q}$, $\overrightarrow{OR} = \mathbf{r}$ වෙයි.

$$\mathbf{r} = \alpha\,\mathbf{p} + (1-\alpha)\mathbf{q}$$

වන පරිදි වූ α සංඛ්‍යාවක් පවතියි ම නම් පමණක් P, Q, R ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ පිළිවෙළින් BC, CA, AB පාද මත P, Q, R ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{BP} = \lambda\,\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{CQ} = \mu\,\overrightarrow{QA}$ හා $\overrightarrow{AR} = \nu\,\overrightarrow{RB}$ වන පරිදි ය. මෙහි $\lambda\mu\nu \neq 0$. $\overrightarrow{CA} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{CB} = \mathbf{b}$ ද නම් මූල ලක්ෂ්‍යය ලෙස C ගෙන එය අනුබද්ධයෙන් P, Q, R ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

ඒ නයින් $\lambda\mu\nu = -1$ ම නම් පමණක් P, Q, R ඒකරේඛීය බව පෙන්වන්න.

2. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යන නිශ්-ශූන්‍ය දෛශික දෙකේ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ $\overrightarrow{CA} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{CB} = \mathbf{b}$ ද යැයි ගනිමු. $(\mathbf{a}-\mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a}-\mathbf{b})$ අදිශ ගුණිතය සැලකීමෙන්

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි $a = |\mathbf{a}|$, $b = |\mathbf{b}|$ හා $c = |\mathbf{a}-\mathbf{b}|$.

L ලක්ෂ්‍යය කෙසේ ද යත් ACB කෝණයේ සමච්ඡේදකය CL වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් වෙයි. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ එක එකක් සමග $\overrightarrow{CL} = \mathbf{l}$ දෛශිකයේ අදිශ ගුණිතය සැලකීමෙන්

$$\mathbf{l} = \frac{b\mathbf{a} + a\mathbf{b}}{a+b}$$

බව පෙන්වන්න.

$$CL^2 = ab\left[1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right]$$

බව අපෝහනය කරන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යන නිශ්‍ශුන්‍ය දෛශික දෙකේ $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, යනු සුරත් කාටීසිය පද්ධතියක පිළිවෙළින් Ox, Oy, Oz අක්ෂවල ධන දිශා ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශිකයි. $\mathbf{i} \times \mathbf{j}$ හා $\mathbf{k} \times \mathbf{j}$ අගයන්න.

ධ්‍රැවය O ද, ආරම්භක රේඛාව Ox ද වශයෙන් ගෙන, ඒවා අනුබද්ධයෙන් Oxy තලයේ වූ $A, B, C,$ ලක්ෂ්‍යවල, ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක (r, α), (r, β) හා $(r, -\alpha)$ වෙයි. මෙහි $\beta > \alpha > 0$ වෙයි. $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$ දෛශික සඳහා ප්‍රකාශන r, α, β, $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

එක් එක් අවස්ථාවේ දී සුදුසු දෛශික දෙකක දෛශික ගුණිතය සැලකීමෙන් $\sin(\beta - \alpha)$ හා $\sin(\beta + \alpha)$ සඳහා ප්‍රසාරණ ලබා ගන්න.

$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ නම් $\mathbf{k} \times \mathbf{c} = \mathbf{b}$ බවත් $\mathbf{k} \times \mathbf{b} = -\mathbf{c}$ බවත් පෙන්වන්න.

4. බර W ද අරය a ද වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් a දිගැති තන්තුවක් මගින් අචල O ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා තිබෙයි. බර W ද දිග $4a$ ද වූ ඒකාකාර දණ්ඩක එක් කෙළවරක් එම O ලක්ෂ්‍යයට ම නිදහසේ ඇදා ඇත. දණ්ඩ ගෝලය හා ස්පර්ශ වෙමින් නිසල ව තිබෙයි නම් තන්තුවේත් දණ්ඩේත් සිරසට ආනති එක එකක් $\frac{\pi}{12}$ ට සමාන වන බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ ආතතිය $\dfrac{W \cos(\frac{\pi}{12})}{\sin(\frac{\pi}{3})}$ බව ද පෙන්වා, ගෝලයත් දණ්ඩත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

5. සමතුලිතතාවේ නොපවතින ඒකතල බල පද්ධතියක් එක්කෝ තනි බලයකට, නැති නම් තනි යුග්මයකට උනනය වන බව පෙන්වන්න.

පිළිවෙළින් $P, 4P, 2P, 2P, 3P, 3P$ බල හයක් $ABCDEF$ පවිධි ෂඩස්‍රයෙක AB, BC, CD, DE, EF හා FA පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන්නේ අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දක්වා ඇති දිශාවලට ය. පද්ධතිය යුග්මයකට උනනය වන බව පෙන්වන්න. ෂඩස්‍රයේ පාදයක දිග a නම් යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.

ඒ නයින්, පළමු වැනි බල සයේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත්, දිශාවත් ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න.

6. AB, BC, CD, DA සමාන, ඒකාකාර දඬු හතරක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත්තේ $ABCD$ සමචතුරස්‍රයක් සෑදෙන පරිදි ය. පද්ධතිය A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා තිබෙයි. සමචතුරස්‍ර හැඩය පවත්වා ගන්නේ AB හිත් BC හිත් මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යා කැරෙන අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. එක් එක් දණ්ඩේ බර W නම්

(i) C හි දී ප්‍රතික්‍රියාව, සිරසට $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$ කෝණයකින් ආනත දිශාවකට වූ $\frac{W\sqrt{5}}{2}$ බවත්

(ii) D හි දී ප්‍රතික්‍රියාව, සිරස් දිශාවකට වූ $\frac{W}{2}$ බවත්

(iii) යා කැරෙන තන්තුවේ ආතතිය $4W$ බවත්

(iv) B හි දී ප්‍රතික්‍රියාව, සිරසට $\tan^{-1}(\frac{1}{4})$ කෝණයකින් ආනත දිශාවකට වූ $\frac{W\sqrt{17}}{2}$ බවත්

සාධනය කරන්න.

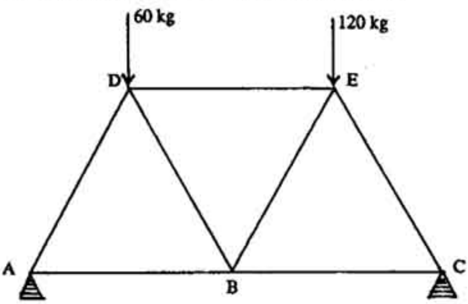
7. අරය a වූ ඒකාකාර ගෝලීය කබොලක් එහි කේන්ද්‍රය වූ O ට $a \cos \alpha$ දුරකින් $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$ වූ තලයක් මගින් කොටස් දෙකකට බෙදනු ලැබේ. වඩා විශාල කොටසේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය සමමිති අක්ෂය මත O ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{a}{2}(1 - \cos \alpha)$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කබොලේ වඩා විශාල කොටස එම ද්‍රව්‍යයෙන් ම සෑදි අරය $a \sin \alpha$ වූ තැටියකින් වසනු ලැබේ. එසේ සෑදුනු සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය O ලක්ෂ්‍යයේ සිට

$$\frac{a\,(1 - \cos \alpha)^2}{3 - \cos \alpha}$$

දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

8. රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සුමට ලෙස සන්ධිකළ AB, BC, CE, BD, BE, DE, AD යන සැහැල්ලු සමාන දඬු හතකින් සමන්විත වේ. එය එහි තලය සිරස්ව සිටින ලෙස සහ ABC තිරස්ව පවතින ලෙස A සහ C හිදී නිදහසේ රඳවා ඇති අතර D සහ E හිදී පිළිවෙළින් 60 kg සහ 120 kg භාර දරා සිටියි.



A සහ C හි ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, ආතති සහ තෙරපුම් වශයෙන් වෙන්කොට දක්වමින්, එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය සොයන්න.

9. ඒකාකාර ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක්, තිරසට α කෝණයකින් ප්‍රතිවිරුද්ධ අතට සවිකරන ලද සමාන රළු බවින් යුත් ආනත තල දෙකක් මත තිරස්ව පවතින ලෙස තබා ඇත්තේ, සිලින්ඩරයේ අක්ෂය තලවල ඡේදන රේඛාවට සමාන්තර වන ලෙසට ය. සිලින්ඩරය මත , එය, එහි අක්ෂය වටා හැරවීමට යත්න දරණ ඝූර්ණය M වූ යුග්මයක් යොදා ඇත. සිලින්ඩරයේ බර W ද එහි අරය a ද ඝර්ෂණ කෝණය λ ද වෙයි නම්, සිලින්ඩරය ලිස්සායාමට ආසන්න ම මොහොතේ

$$M = \frac{1}{2} W a \sec \alpha \sin 2\lambda$$

බව පෙන්වන්න.

10. ABC නම් ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක් BC ජලමට්ටමේ පිහිටන ලෙස ද, h ගැඹුරක A පිහිටන ලෙස ද, සිරස්ව ජලයේ ගිල්වා ඇත. පීඩන කේන්ද්‍රය $\frac{h}{2}$ ගැඹුරක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

BC, CA, AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් D, E, F වේ.

(i) AEF ත්‍රිකෝණය මත තෙරපුම $=$ $BCEF$ තුපීසියම මත තෙරපුම බව ද

(ii) $DEAF$ සමාන්තරාස්‍රයේ පීඩන කේන්ද්‍රයේ ගැඹුර $\frac{7h}{12}$ බව ද

පෙන්වන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

11. (අ) විවෘත අර්ධ ගෝලීය පාත්‍රයක් සම්පූර්ණයෙන් ජලයෙන් පුරවා, පසුව පැතලි තහඩුවකින් වසා ඇත. පැතලි තහඩුව තිරස සමඟ α නම් සුළු කෝණයක් සාදන ලෙසට පද්ධතිය තබා ඇත්තේ, ජලයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යය, පාත්‍රයේ ගැටිය මත ලක්ෂ්‍යයක් වන ලෙසට ය. පාත්‍රයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත තෙරපුමේ විශාලත්වයත්, දිශාවත්, ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න.

(ආ) විවෘත අර්ධ ගෝලීය පාත්‍රයක් එහි වෘත්ත ගැටිය තිරස් මේසයක් සමග ස්පර්ශ වෙමින් පවතින ලෙසට තබා ඇත. පාත්‍රයේ ශීර්ෂයේ වූ කුඩා සිදුරක් තුළින් පාත්‍රය පිරෙන තෙක් එය තුළට ජලය සෙමින් පුරවනු ලැබේ. පාත්‍රයේ බර යටත් පිරිසෙයින් එය තුළ ඇති ජලයේ බරෙන් අර්ධයක් වත් වෙයි නම් පාත්‍රය ඉහළ නොනගින බව පෙන්වන්න.

12. ද්‍රවස්ථිති විද්‍යාවේ එන ආකිමිඩීස් මූලධර්මය සඳහන් කොට සාධනය කරන්න.

$AB = AC$ වූ සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණාකාර ABC හරස් කඩක් සහිත ඒකාකාර ලී ප්‍රිස්මයක්, එහි B හරහා වූ දාරය ජල මට්ටමේ පිහිටන ලෙසට ද, C හරහා වූ දාරය ජල මට්ටම ට පහළින් සිටින ලෙසට ද ජලයේ පාවේ.

(i) AC හරහා වන පෘෂ්ඨය තිරස් විය යුතු බව ද,

(ii) ප්‍රිස්මය සෑදී ඇති ලී වල විශිෂ්ට ගුරුත්වය $1 - \cos A$ බව ද

සාධනය කරන්න.

16166

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1993 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1993

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I
(02) Applied Mathematics I

02	
S	I

පැය තුනයි / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. O, A, B යනු ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනකි. $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ වේ. C හා D ලක්ෂ්‍ය තෝරා ගනු ලබන්නේ $\overrightarrow{OC} = \lambda\mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OD} = \mu\mathbf{b}$ ද වන පරිදි ය. මෙහි $0 < \lambda < 1 < \mu$ වේ. AB රේඛාවත් CD රේඛාවත් E ලක්ෂ්‍යයේ දී හමු වෙයි. $\overrightarrow{AE}$ හා $\overrightarrow{AB}$ දෛශික සැලකීමෙන්,

$$\overrightarrow{OE} = (1-\alpha)\mathbf{a} + \alpha\mathbf{b}$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි $0<\alpha<1$ වේ. ඒ නයින්,

$$(\mu - \lambda)\mathbf{e} = \lambda(\mu - 1)\mathbf{a} + (1-\lambda)\mu\mathbf{b}$$

බව සාධනය කරන්න. එහි $\mathbf{e} = \overrightarrow{OE}$.

(i) AB හි මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍යය E නම් $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) E යනු CD හි මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍යය නම් λ ත් μ ත් සම්බන්ධ කැරෙන සමීකරණය සොයන්න.

(iii) AD හා BC රේඛා,

$$(\lambda\mu - 1)\mathbf{f} = \lambda(\mu - 1)\mathbf{a} - (1-\lambda)\mu\mathbf{b}$$

යන්නේ දෙනු ලබන $\mathbf{f}$ පිහිටුම් දෛශිකය ඇති F ලක්ෂ්‍යයේ දී හමු වන බව පෙන්වන්න.

F ලක්ෂ්‍යයේ පැවතීම සඳහා වූ අවශ්‍යතාව λ හා μ ඇසුරෙන් සඳහන් කරන්න.

2. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ දෛශික දෙකේ අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

$OABC$ යනු චතුස්තලයකි. G හා H යනු

$$\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \mathbf{0} \text{ ද } \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \mathbf{0} \text{ ද}$$

වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි.

(i) BC හි මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍යය D නම්, $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{HD}$ බවත්

(ii) $\overrightarrow{OG} = 3\overrightarrow{GH}$ බවත්

(iii) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OG}$ බවත්

(iv) $GA^2 + GB^2 + GC^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 - 5\,OG^2$ බවත්

පෙන්වන්න.

3. **a** හා **b** නිශ්-ශූන්‍ය දෛශික දෙකේ $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

A, B, C ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය තුනේ පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් **a**, **b**, **c** වෙයි. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

$$\frac{1}{2}\left| \mathbf{b}\times\mathbf{c} + \mathbf{c}\times\mathbf{a} + \mathbf{a}\times\mathbf{b} \right|$$

බව පෙන්වන්න.

$abc \neq 0$ ද Ox, Oy, Oz සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ එල්ලේ වූ ඒකක දෛශික පිළිවෙළින් **i**, **j**, **k** ද විට $\mathbf{a} = a\mathbf{i}$, $\mathbf{b} = b\mathbf{j}$, $\mathbf{c} = c\mathbf{k}$ නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
ABC තලයට ලම්බ ඒකක දෛශික දෙක

$$\pm \frac{a^{-1}\mathbf{i} + b^{-1}\mathbf{j} + c^{-1}\mathbf{k}}{\sqrt{a^{-2}+b^{-2}+c^{-2}}}$$

බව පෙන්වන්න.

තව ද, O සිට ABC තලයට ලම්බ දුර,

$$\frac{1}{\sqrt{a^{-2}+b^{-2}+c^{-2}}}$$

බව පෙන්වන්න.

4. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන සමාන්තර නො වන ඒකතල බල තුනක් මගින් එම වස්තුව සමතුලිතතාවේ තබා ගනියි නම්, බලවල ක්‍රියාරේඛා එක් ලක්ෂ්‍යයක දී හමු වන බව පෙන්වන්න.

පාදයක් a ද බර W ද වූ ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර ආස්තරයක් සුමට සිරස් බිත්තියකට ලම්බ සිරස් තලයක නිශ්චලතාවේ පිහිටයි. B ශීර්ෂය බිත්තිය හා ස්පර්ශ වෙමින් ද A ශීර්ෂය, a දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් බිත්තියේ වූ O ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳ ද තිබෙයි. සමතුලිතතා පිහිටීමේ දී OA තන්තුවත් යටියත්

සිරසත් අතර θ $\left(< \frac{\pi}{12}\right)$ කෝණය,

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

5. O ලක්ෂ්‍යයකිනුත් O හරහා නො යන l රේඛාවකිනුත් තලයක් නිර්ණය කෙරෙයි. එම තලයේ ම පිහිටි වෙනත් m රේඛාවක් එල්ලේ ක්‍රියා කරන P බලයක්, අනන්‍ය ලෙස බල දෙකක් මගින්, එනම් l ඔස්සේ ක්‍රියා කරන එක බලයක් හා O හරහා ක්‍රියා කරන වෙනත් බලයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි ක්‍රියා කරන P_i බලයක්, පිළිවෙළින් ත්‍රිකෝණයේ පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන $\alpha_i \overrightarrow{BC}$, $\beta_i \overrightarrow{CA}$, $\gamma_i \overrightarrow{AB}$ බල තුන මගින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි බව සාධනය කරන්න. ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි බල පද්ධතියක් සාදමින් ඉහත සඳහන් $P_i, (i = 1, 2, .., n)$ බල n ගණනක් තිබෙයි නම්,

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = \sum_{i=1}^{n} \beta_i = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i$$

ම නම් පමණක් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින්නේ කවර අවශ්‍යතා යටතේ ද?

6. එක එකක දිග $2a$ ද බර W ද වූ දඬු සුමට ලෙස සන්ධි කර තනා ගත් $ABCDE$ පංචාස්‍රයක්, සිරස් තලයක සමමිතික ව රඳවා ඇත්තේ A ඉහළින් ම ද, CD තිරස් ව ද ABත් AEත් සුමට P, Q නාදති සමඟ ස්පර්ශ වෙමින් ද පවතින පරිදි ය. එක ම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි නාදති අතර දුර කෙසේ ද යත් පංචාස්‍රය සවිධි ලෙස පවතින අයුරින් වෙයි. නාදති මත ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.

(i) B, C, D, E හි දී ප්‍රතික්‍රියාවල තිරස් සංරචක සමාන ද ඒ එක එකක විශාලත්වය $W \cot \frac{2\pi}{5}$ ද බවත්

(ii) A සන්ධියේ දී ප්‍රතික්‍රියාව, $W \left(\frac{5}{2} \tan \frac{\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{10}\right)$ ට සමාන තිරස් බලයක් බවත්

(iii) P හා Q නාදති අතර දුර $\frac{4a}{5}\left[6 \cos^2 \frac{\pi}{5} - 1\right] \cos \frac{\pi}{5}$ බවත්

පෙන්වන්න.

7. අරය r වූ සිහින් ඒකාකාර අර්ධ-වෘත්ත කම්බියක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2r}{\pi}$ දුරකින් සමමිති අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, a අරයෙන් යුත් ඒකාකාර අර්ධ-වෘත්ත ආස්තරයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

බර W වූ ඒකාකාර අර්ධ-වෘත්ත ආස්තරයක අර්ධ-වෘත්ත දරය වටා w බරැති ඒකාකාර සිහින් කම්බියක්, රාමුවක් ලෙස යොද තිබෙයි. පද්ධතිය A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා ඇති විට AB සරල දරය, යටියත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි.

$$\frac{W}{w} = \frac{\frac{2}{\pi} - \tan\theta}{\tan\theta - \frac{4}{3\pi}}$$

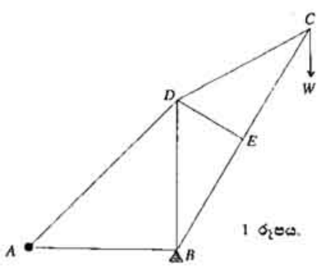
බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්,

$$\frac{4}{3\pi} < \tan\theta < \frac{2}{\pi}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

8. 1 රූපයේ දක්වෙන්නේ, A, B, C, D, E ලක්ෂ්‍යවල දී සුවල ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු හතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. A හි දී සුමට ලෙස අසවු කළ රාමුසැකිල්ල A හා එක ම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි B හි දී සුමට සිරස් ආධාරකයක් මත රඳ තිබෙයි.

$AB = DB = DC = 2\,DE$ ද $A\hat{B}D = \frac{\pi}{2}$, $D\hat{B}E = \frac{\pi}{6}$ ද $BE = EC$ ද වේ. C ලක්ෂ්‍යයෙන් W බර එල්ලා ඇත. A හිත් B හිත් ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. බෝ අංකනය යොද ගෙන ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, දඬුවල ඇත්තේ ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වර්ග කර දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කරන්න.



1 රූපය.

9. ඝර්ෂණ කෝණය අර්ථ දක්වන්න.

ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක්, එහි එක් මුහුණතක් රළු තිරස් බිමක ස්පර්ශ වන සේ තබා ඇත. තිරසට α කෝණයකින් ආනත කුඤ්ඤයේ අනෙක් මුහුණත මත m ස්කන්ධයෙන් යුත් කුඩා වස්තුවක් තිබෙයි. තිරස් බලයක් මගින් වස්තුව පහළට ලිස්සා යාම යම්තම් වළක්වා ඇත. කුඤ්ඤය නිශ්චල ව තිබෙයි. වස්තුවත් කුඤ්ඤයත් අතර ඝර්ෂණ කෝණය $\lambda\ (<\alpha)$ වේ. කුඤ්ඤයත් තිරස් බිමත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්

$$\mu \geq \frac{m}{M+m} \tan(\alpha - \lambda)$$

බව පෙන්වන්න.

කුඤ්ඤය නිශ්චල ව තිබෙන විට, $\left(\alpha + \lambda < \frac{\pi}{2}\right)$, වස්තුව ඉහළට ලිස්සා යාමට ආසන්න ම අවස්ථාවේ පවතියි නම් μ ට තිබිය යුතු අඩුතම අගය සොයන්න.

10. පාදයක් a වූ $ABCD$ සමචතුරස්‍ර ආස්තරයක්, ද්‍රවයක ගිල්වා ඇත්තේ AB පාදය ද්‍රව පෘෂ්ඨයේ තිබෙන සේ සිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන පරිදි ය. AB හිත් CD හිත් මධ්‍ය-ලක්ෂ්‍ය යා කැරෙන රේඛාව මත $\frac{2a}{3}\cos\theta$ ගැඹුරකින් පීඩන කේන්ද්‍රය පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඝනකාකාර පෙට්ටියක එක් මුහුණතක් එක දාරයක් වටා අසවු කර තිබෙයි. පෙට්ටිය සම්පූර්ණයෙන් ම ජලයෙන් පුරවා, අසවු කළ මුහුණත සිරස් ව තිබෙන සේ ද අසවු රේඛාව එම මුහුණතේ ඉහළ සිරස් පාදයේ පිහිටන සේ ද රඳවා ගෙන ඇත. ඉන්පසු පෙට්ටිය, එහි හරි අඩක් ගිලෙන සේ විශිෂ්ට ගුරුත්වය σ වූ වෙනත් ද්‍රවයක සිරස් ලෙස ගිල්වනු ලැබෙයි.

$\sigma = 3\frac{1}{3}$ නම් අසවු කළ මුහුණත නිදහස් ලෙස සමතුලිතාවේ පවතින බව පෙන්වන්න.

11. තල වර්ගඵලයක් මත බර සමජාතීය ද්‍රවයක තෙරපුම, වර්ගඵලයේ කේන්ද්‍රකයේ දී පීඩනයේත් ගුණිතයට සමාන බව සාධනය කරන්න.

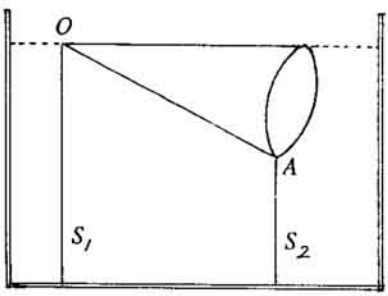
අරය a ද දිග l ද වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් ρ ඝනත්වයෙන් යුත් ජලයේ ඉපිලෙන්නේ, එහි අක්ෂය ජල පෘෂ්ඨයේ පිහිටන පරිදි ය. අක්ෂය හරහා යන සිරස් තලයෙන් එක් පසෙක (පැත්තක) වූ කෙත් වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුමේ විශාලත්වය

$$\frac{a^2 l\rho g}{4}\sqrt{\pi^2+4}$$

බව පෙන්වන්න. සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුමේ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

12. ද්‍රවස්ථිතිකයෙහි ආකිමිඩීස් මූලධර්මය ප්‍රකාශකර සාධනය කරන්න.

සිරස් කෝණය 2θ ද විශිෂ්ට ගුරුත්වය $s(<1)$ ද වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්ත කේතුවක් ජලයේ සම්පූර්ණයෙන් ම ගිල්වා ඇත්තේ එහි ජනකයක් ජල පෘෂ්ඨයේ තිබෙන සේ ය. කේතුව සමතුලිතතා පිහිටීමේ රඳවා තිබෙන්නේ O ශීර්ෂයටත් ආධාරකයේ පහළ ම A ලක්ෂ්‍යයටත් පිළිවෙළින් ඇඳි S_1, S_2 සිරස් තන්තු දෙක මගිනි. එක් එක් තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර භාජනයේ පතුලට සම්බන්ධ කර තිබෙයි. [2 රූපය]



2 රූපය

තන්තු දෙක ම නො බුරුල් ව ඇත් නම් S_2 තන්තුවේ ආතතිය

$$\frac{3W}{4}\left(\frac{1}{s}-1\right)\frac{\cos^2\theta}{\cos 2\theta}$$

බව පෙන්වන්න. එහි W යනු කේතුවේ බර යි.

අනෙක් තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. ඒ නයින්, $\theta > \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ බව අපෝහනය කරන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

16165

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1993 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1993

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය II
(02) Applied Mathematics II

02
S | II

පැය තුනයි / *Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (අ) v යනු x හි ශ්‍රිතයක් විට $y = \frac{v}{x}$ ආදේශය මගින්

$$x \frac{dy}{dx} + y = x^2 y^3$$

අවකල සමීකරණයේ විසඳුම

$$x^2 e^{\frac{1}{x^2y^2}} = \text{නියතයක්}$$

යන ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(ආ) Oxy - තලයේ පිහිටි වක්‍රයක් කෙසේ ද යත් එය (1, 1) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන අතර වක්‍රයේ එක් එක් (x, y) ලක්ෂ්‍යයේ දී ස්පර්ශක රේඛාවට, $2xy^2$ යන y - අන්තඃඛණ්ඩයක් තිබෙන පරිදි ය. වක්‍රයේ සමීකරණය සොයන්න.

2 (අ) AB සරල රේඛාවේ චලනය වන අංශුවක් $\overrightarrow{AB}$ දිශාව ඔස්සේ $t = 0$ වේලාවේ දී A ලක්ෂ්‍යයෙන් ආරම්භ වෙයි. u හා f යනු ධන නියත විට t වේලාවේ දී අංශුවේ ප්‍රවේගය,

$$v(t) = u - ft \text{ වේ.}$$

අංශුව, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$ දිශා ඔස්සේ B ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නේ පිළිවෙළින් t_1, t_2 වේලාවල දිය. ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(i) $\frac{t_1 + t_2}{2}$ වේලාවේ දී, ප්‍රවේගය ශූන්‍යය වන බවත්

(ii) $\frac{u}{f} < t_2 < \frac{2u}{f}$ බවත්

පෙන්වන්න.

(ආ) අංශුවක්, $t = 0$ වේලාවේ දී පොළොවේ සිට u ප්‍රවේගයකින් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබෙයි. අංශුවත් පොළොවත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\ (< 1)$ නම්, සියලු ම $t > 0$ සඳහා අංශුවේ චලිතයෙහි ප්‍රවේග-කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. නිශ්චලතාවට ඒමට පෙර අංශුව ගමන් කළ මුළු දුර සොයන්න.

3. සරල රේඛාවක් ඔස්සේ v වේගයෙන් චලනය වන අංශුවක් t වේලාවේ දී ඒකක ස්කන්ධයට $k v^n$ $(n > 2)$ ප්‍රතිරෝධයකට භාජනය කෙරෙයි. මෙහි k යනු ධන නියතයකි.

$$x = \frac{v^{2-n} - u^{2-n}}{k(n-2)}$$

යනු t වේලාවේ දී අංශුව ගමන් කළ දුර ද u යනු $t = 0$ වේලාවේ දී වේගය ද නම්, අංශුව මත ක්‍රියා කරන **එක ම** බලය ප්‍රතිරෝධය පමණක් බව සාධනය කරන්න.

$$t = \frac{1}{(n-1)k u^{n-1}}\left[\left(1 + (n-2)\ k x u^{n-2}\right)^{\left(\frac{n-1}{n-2}\right)} - 1\right]$$

බව පෙන්වන්න.

4. (අ) පිතිකරුවෙක් W කඩුල්ලේ ද පන්දු රකින්නෙක් ඈත පිටියේ F ලක්ෂ්‍යයේ ද සිටිති. පිතිකරුවා පහර දුන් පන්දුවක් $\overrightarrow{WF}$ සමඟ α කෝණයක් සාදන තිරස් දිශාවකට ගමන් කරන්නේ, පන්දු රකින්නාට දුවන්නට හැකි වේගය මෙන් $1\frac{1}{2}$ ක වේගයකිනි. පන්දුව හැකි ඉක්මනින් රැක ගැනීම සඳහා පන්දු රකින්නා එක වරට ම තම ඉහළ ම වේගයෙන් දුවන්නට පටන් ගතහොත් ඔහු දිවිය යුතු දිශාව සොයන්න. පන්දුව, පොළොවට සමාන්තර ලෙස නියත ප්‍රවේගයෙන් තිරස් ලෙස ගමන් කරන්නේ යැයි උපකල්පනය කරන්න. පන්දු රකින්නා එසේ කිරීමේ දී මීටර s දුරක් දිව ගියේ නම්, $\alpha < \sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ විට

$$\left|\overrightarrow{WF}\right| = \text{මීටර } \frac{s}{2}\left[\sqrt{4 - 9\sin^2\alpha} + 3\cos\alpha\right]$$

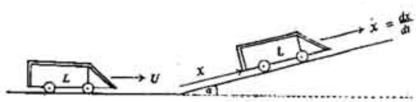
බව පෙන්වන්න.

(ආ) A හා B වීස් බෝල දෙකක්, එක ම නියත ω කෝණික ප්‍රවේගයක් ඇති ව සුමට තිරස් වෘත්තාකාර ඇලියක ගමන් කරයි. ඕනෑ ම මොහොතක දී AB ජ්‍යායේ කෝණික ප්‍රවේගය සොයන්න.

5 ස්කන්ධය M kg වන L මෝටර් ලොරියක් H kW නියත ශීඝ්‍රතාවකින් ක්‍රියා කරමින්, U ms^{-1} නියත වේගයක් ඇති ව සරල තිරස් පාරක ගමන් කරයි. චලිතයට ප්‍රතිරෝධය R kg බර වේ. ලොරිය ඊළඟට තිරසට α ආනතියක් සහිත කන්දක පාමුලට (රූපය බලන්න) පැමිණෙයි. ගුරුත්වය හැරුණු විට පාරේ එම කොටසේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය $S\ (> R)$ kg බර වේ. කිසියම් වේලාවකට පසු කඳු සහිත පාරේ දී ලොරිය V ms^{-1} නියත වේගයක් ලබා ගනියි. එවිට ලොරිය ක්‍රියා කරන ශීඝ්‍රතාව නැවතත් H kW ට සමාන වෙයි. $S = 2M\sin\alpha$ බව දී තිබෙයි නම්

$$V = \left(\frac{1000\,H}{3\,Mg}\right)\operatorname{cosec}\alpha$$

බව පෙන්වන්න.



මීටර d දුරක් පුරා, වේගය U සිට V තෙක් විචලනය වන විට P ප්‍රකර්ෂණ බලය, එහි මුල් නියත අගයේ සිට ඊළඟ නියත අගය තෙක්, $x\ (< d)$ දුර සමඟ ඒකාකාර ලෙස විචලනය වෙයි. P සොයා

$$M\frac{d^2x}{dt^2} = \left(\frac{3S}{2} - R\right)\left(\frac{x}{d} - 1\right)g$$

අවකල සමීකරණය ලබා-ගන්න.

6 M ස්කන්ධයෙන් ද $\alpha\ \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් ද යුත් සුමට කුඤ්ඤයකට එහි දාරයට ලම්බ දිශාවක් ඔස්සේ සුමට තිරස් තලයක චලනය වීමට නිදහස ඇත. ස්කන්ධය kM $(k \geq 1)$ වූ අංශුවක් V ප්‍රවේගයෙන් කුඤ්ඤයෙහි මුහුණතේ කෙළින් ම ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබෙයි. අංශුවේ චලිතය, ආනත මුහුණතේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව දිගේ සිදු වෙතැ යි උපකල්පනය කරමින්, ඕනෑ ම මොහොතක දී කුඤ්ඤයත් අංශුවත් අතර R ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. අංශුව T කාලයේ දී ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු පැමිණෙයි නම්,

$$T = \frac{2V}{g\,(1+k)}\left(\frac{1 + k\sin^2\alpha}{\sin\alpha}\right)$$

බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්,

$$T \geq \frac{4V}{g}\left(\frac{1}{k^{\frac{1}{2}} + k^{-\frac{1}{2}}}\right)$$

බව අපෝහනය කරන්න.

7. අරය a ද කේන්ද්‍රය O ද වන අචල ගෝලීය කබොලක සුමට ඇතුළු පෘෂ්ඨය මතට A ලක්ෂ්‍යයේ සිට P අංශුව හෙළනු ලැබෙයි. අංශුව, අනුයාත වශයෙන් B, B' ලක්ෂ්‍ය දෙකේ දී කබොලේ ගැටෙයි. මෙහි BB' තිරස් ය. ඉන්පසු අංශුව සිරස් ලෙස උඩු අතට චලනය වී කබොලේ A' ලක්ෂ්‍යයට පැමිණෙයි. AA' ට BB' සමාන්තර වේ. ගැටුම් කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථයි. සිරසට OA හි θ ආනතිය,

$$\cos^2\theta = \frac{1}{4}(1+\sqrt{2})$$

යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

P ගේ චලිතය ආවර්තක බව පෙන්වා එහි කාලාවර්තය සොයන්න.

8 ගුරුත්වය යටතේ සිරස් ලෙස වැටෙන කුඩා අරයකින් යුත් ඒකාකාර ගෝලීය පිත් බෝලයක්, තල මුහුණත සුමට විශාල තිරස් බිමක පිහිටා නිසල ව තිබෙන a අරයෙන් යුත් ඒකාකාර ඝන සුමට අර්ධ-ගෝලයක් මතට වැටෙයි. අර්ධ-ගෝලයේ ස්කන්ධය පිත් බෝලයේ ස්කන්ධය මෙන් දෙගුණයකි. සංඝට්ටනය කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථයි. ගැටුම් මොහොතේ දී කේන්ද්‍ර රේඛාව උඩු සිරස සමග $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ කෝණයක් සාදයි. ගැටුමට මොහොතකට පෙර පිත් බෝලයේ වේගය u ය.

(i) අර්ධ-ගෝලය සමග ගැටීමෙන් මොහොතකට පසු පිත් බෝලයෙහි ප්‍රවේගයේ සිරස් සංරචකය අතුරුදහන් වන බව පෙන්වන්න.

(ii) පිත් බෝලයත් බිමත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e(<1)$ නම්, පිත් බෝලය බිමත් සමග පළමු ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු බෝලයෙහි ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින්

$$u\sqrt{\frac{2}{3}} \quad ද \quad e\left[2ag\sqrt{\frac{3}{5}}\right]^{\frac{1}{2}} \quad ද$$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, කිසියම් වේලාවකට පසුව පිත් බෝලයේ ප්‍රවේගයේ සිරස් සංරචකය යළිත් වරක් අතුරුදහන් වන බව පෙන්වන්න.

9. ස්කන්ධය m වූ බර අංශුවක්, ස්වාභාවික දිග l වන ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ගැට ගසා තිබෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර A හි දී අචල ව තබා ඇත. A හි සිට මුදා හරිනු ලබන අංශුව ගුරුත්වය යටතේ වැටෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය λmg නම්, චලිතයෙන් කොටසක්,

$$\frac{l}{\lambda}[1+2\lambda]^{\frac{1}{2}}$$

විස්තාරය සහිත සරල අනුවර්තී චලිතයක් බව පෙන්වන්න.

තව ද, $$\sqrt{\frac{8l}{g}}\left[1+\frac{1}{\sqrt{2l}}\left(\pi-\tan^{-1}\sqrt{2\lambda}\right)\right]$$

කාලයෙක දී අංශුව, A ලක්ෂ්‍යයට නැවත පැමිණෙන බව සාධනය කරන්න.

10 එක එකක ස්කන්ධය m වන A, B, C, D යන සමාන අංශු හතරක්, සමාන අවිතන්‍ය ලුහු තන්තු හතරකින් සම්බන්ධ කර තිබෙයි. තන්තු, පාද වශයෙන් ඇති රොම්බසයක කොන්වල වූ අංශු මේසයක් මත තබා ඇත.
BAD කෝණය $= 2\alpha$. A අංශුවට CA විකර්ණය ඔස්සේ පිටි අතට වූ I ආවේගයක් ලැබෙයි. CA හා BD විකර්ණවලට සමාන්තර B ගේ ආරම්භ ප්‍රවේගයේ සංරචක පිළිවෙළින් u ද v ද වෙයි.

$$u = \frac{I}{4m} \quad බව\ ද \qquad v = \frac{I}{4m}\sin 2\alpha \quad බව\ ද$$

පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, එක් එක් තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය සොයන්න.

11. දුම්රිය එන්ජිමක්, b පළලින් යුත් රේල් පාරක වෘත්තාකාර වංගුවක V නියත වේගයෙන් ගමන් කරයි. එන්ජිමේ G කේන්ද්‍රකයෙන්, r අරයෙන් යුත් තිරස් වෘත්තයක් සලකුණු වෙයි. රේල් පීලි මත පාර්ශ්වික තෙරපුම අභිශූන්‍ය කිරීමට ඇතුළත රේල් පීල්ලට වඩා $\dfrac{bV^2}{\sqrt{V^4 + g^2r^2}}$ උසකට පිටත රේල් පීල්ල එසවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

එන්ජිම, ඉහත වෘත්තාකාර රේල් පාරේ V_1 $(< V)$ නියත වේගයෙන් ගමන් කරන විට පීලි මත පාර්ශ්වික තෙරපුම $\mathbf{F}_1$ වේ. නියත වේගය V_2 $(> V)$ වන විට පීලි මත පාර්ශ්වික තෙරපුම $\mathbf{F}_2$ වේ. එන්ජිමේ ස්කන්ධය M වෙයි නම් $\mathbf{F}_1$ හා $\mathbf{F}_2$ සොයන්න. මෙම අවස්ථා දෙකේ දී පාර්ශ්වික තෙරපුමේ විශාලත්වය සමාන වන විට

$$V > (V_1V_2)^{\frac{1}{2}}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

12. ස්කන්ධය m ද අරය a ද වන ඒකාකාර වෘත්ත තැටියක හැඩයෙන් යුත් කප්පියක, එහි තලයට ලම්බ කප්පියේ කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති ඝූර්ණය $\dfrac{ma^2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙ කෙළවරට $\frac{3}{4}m$ හා $\frac{1}{4}m$ ස්කන්ධ දෙක ඈඳ තිබෙයි. අචල අක්ෂය වටා සිරස් තලයක භ්‍රමණය වීමට නිදහස ඇති කප්පිය උඩින් තන්තුව යවා ඇත. කප්පිය මත තන්තුව ලිස්සා නොයයි. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යොද ගනිමින්

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \left(\frac{2g}{3a}\right)\theta$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු t කාලයේ දී කප්පිය හැරුණු කෝණයයි.

තන්තුවේ සිරස් කොටස් දෙකේ ආතති ද, අක්ෂයේ දී ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.